

GELİŞTİRİLMİŞ İKİNCİ DERECE KAYAN KIPLI KONTROL: TEORİ VE DENEYSEL UYGULAMA*

Murat Furat**

Yrd. Doç. Dr.,
İskenderun Teknik Üniversitesi,
Elektrik-Elektronik Mühendisliği Fakültesi,
İskenderun/Hatay
murat.furat@iste.edu.tr

İlyas Eker

Prof. Dr.,
Çukurova Üniversitesi,
Mühendislik-Mimarlık Fakültesi,
Elektrik - Elektronik Mühendisliği Bölümü,
Adana
ilyas@cu.edu.tr

ÖZ

Bu çalışmada, klasik yöntemle kontrol sinyalinin elde edilmesine dayanan ikinci derece kayan kipli kontrol yöntemi geliştirilmiş, sistemdeki belirsizliklere karşı daha etkin kontrol sinyali elde etmek üzere kontrol sinyaline yeni bir parametre eklenmiştir. Kararlılığı teorik olarak ispat edilen yöntem, gerçek bir elektromekanik sisteme uygulanmıştır. Literatürde önerilen başka bir ikinci derece yöntem de aynı sisteme uygulanmış ve başarımları karşılaştırılmıştır. Elde edilen geçici durum ve kararlı durum yanıtları grafiklerle verilmiş ve çeşitli başarımlar indeksleri ile ölçülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Kayan kipli kontrol, çatırdama, ikinci derece KKK

IMPROVED SECOND-ORDER SLIDING-MODE CONTROLLER: THEORY AND EXPERIMENTAL APPLICATION

ABSTRACT

In the present study, a second-order sliding-mode control method is improved by introducing a new parameter with the purpose of obtaining more effective controller against the system uncertainties. The control input is obtained with conventional solution method. The stability of the method is proved theoretically and is applied to a real electromechanical system. Another second-order sliding-mode control method proposed in literature is also applied to the system and performance of the methods is compared. Both transient-state and steady-state responses are given graphically and performance indices are measured.

Keywords: Sliding-mode control, chattering, second-order SMC

** İletişim Yazarı

Geliş tarihi : 10.02.2016
Kabul tarihi : 30.03.2016

* 14-16 Mayıs 2015 tarihlerinde Makina Mühendisleri Odası tarafından Adana'da Çukurova Üniversitesi'nde düzenlenen Endüstriyel Otomasyon Kongre ve Sergisi'nde sunulan bu bildiri, yazarlarınca Dergimiz için makale olarak yeniden düzenlenmiştir.

Furat, M., Eker, İ. 2016. "Geliştirilmiş İkinci Derece Kayan Kipli Kontrol: Teori ve Deneysel Uygulama," Mühendis ve Makina, cilt 57, sayı 675, s. 49-53.

1. GİRİŞ

Kayan Kipli Kontrol (KKK) yöntemlerinin en önemli özelliği kontrol edilen sistemdeki belirsizliklere karşı etkin bir kontrol sinyali üretmesidir [1]. İlk olarak Rus literatüründe yer bulan ve daha sonra uluslararası literatüre tanıtılan KKK yönteminde kontrol sinyali, eşdeğer ve anahtarlama olarak adlandırılan iki kontrol kuralı tarafından üretilir [2]. Literatürde yoğun olarak yer bulan ilk KKK yöntemlerinde anahtarlama kuralının meydana getirdiği yüksek genlikli ve frekanslı dalgalanma, bu yöntemlerin en önemli olumsuz yönü olarak bilinmektedir. Çatırdama olarak adlandırılan kontrol sinyalindeki bu dalgalanmayı oluşturan başlıca sebep, özellikle gerçek sistemlerde mevcut olan ve matematiksel olarak modellenemeyen belirsizliklerdir.

Çatırdamayı önlemek amacıyla oraya atılan en dikkat çekici çözüm, ikinci derece KKK diye adlandırılan yöntemlerdir. Yani, klasik KKK yöntemlerinde kontrol sinyalinin bulunmasında kayma fonksiyonunun, $\sigma(t)$, birinci derece türevi kullanılırken yeni yöntemde ikinci derece türevi kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin ortaya çıkması ile beraber klasik KKK, birinci derece KKK olarak adlandırılmıştır. Çatırdama probleminin anahtarlama kontrol kuralında farklı fonksiyonlar ile azaltıldığı birinci derece KKK yöntemleri ile ikinci derece KKK yöntemleri gerçek sistemlerde başarılı şekilde uygulanmıştır [3-7]. Daha yüksek dereceli KKK yöntemleri de literatürde mevcut olmasına rağmen uygulamaları benzetim yoluyla yapılmıştır [8].

Birinci derece KKK yöntemlerinde kontrol sinyalini elde etmek amacıyla, kontrol sisteminin yaklaşık modelinin yer aldığı sistematik bir çözüm yolu kullanılırken, ikinci derece KKK yöntemlerinde aynı çözüm yolunun [3] yanı sıra, sistem modeline ihtiyaç duymayan farklı çözüm yolları da kullanılmıştır [4-8]. Farklı çözüm yolu kullanan yöntemlere örnek olarak, burulma (twisting), üstün burulma (super-twisting), sürüklenme (drift), yarı-sürekli (quasi-continuous) ve alt-optimal (sub-optimal) yöntemleri sayılabilir.

Sistematik çözüm yolunda, kontrol sinyalini oluşturan eşdeğer kontrol ile anahtarlama kontrol kuralları farklı yollarla elde edilir. Eşdeğer kontrol kuralı, kontrol sinyalinin görülmesine kadar kayma fonksiyonunun türevinin alınıp sifıra eşitlenmesiyle elde edilir. Anahtarlama kontrol kuralı seçiminde ise sistemin kararlılığının sağlanması ön planda tutularak kayma fonksiyonunun ve türevlerinin sifıra ulaşması amaçlanır.

$$\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = \dots = \sigma^{(r-1)}(t) = 0 \quad (1)$$

Burada r , KKK yönteminin derecesini göstermektedir.

Bu çalışmada, sistematik çözüm yolu kullanılan ikinci derece bir kayan kipli kontrol yöntemi ele alınmış, anahtarlama kontrol sinyaline yeni bir terim eklenerek, sistem üzerindeki

belirsizliklere karşı daha hassas ve çatırdamanın daha az olması hedeflenmiştir. Elde edilen yeni kontrol yönteminin kararlılığı, bu alanda tercih edilen Lyapunov Kararlılık Teoremi ile garanti altına alınmıştır.

Önerilen yöntemin başarımı literatürdeki burulma yöntemi ile karşılaştırılacaktır. Burulma yönteminin en önemli özelliği az parametre ile modelden bağımsız bir şekilde, gerçek sistemlerde yeterli başarımı göstermesidir. Bu yöntemde kontrol sinyali aşağıdaki gibi elde edilir [8]:

$$\dot{u}(t) = \begin{cases} -u, & |u| > U_{\max} \\ -\alpha_m \operatorname{sgn}(\sigma(t)), & \sigma(t)\dot{\sigma}(t) \leq 0 \text{ ve } |u| \leq U_{\max} \\ -\alpha_M \operatorname{sgn}(\sigma(t)), & \sigma(t)\dot{\sigma}(t) > 0 \text{ ve } |u| \leq U_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

Burada, U_{\max} en yüksek izin verilen kontrol sinyali, $\alpha_M > \alpha_m > 0$, $0 < K_m \leq \ddot{\sigma}(t) \leq K_M$ olmak üzere $\alpha_m > 4K_M / \sigma_0$, $\alpha_m > C_0 / K_m$, $K_m \alpha_m - C_0 > K_m \alpha_m + C_0$ olduğu varsayılır. K_M ve K_m kayma fonksiyonunun ikinci türevinin sınırlarını gösteren pozitif parametrelerdir. C_0 ise yukarıdaki koşulları sağlayan pozitif parametredir. Kayma fonksiyonu olarak $\sigma(t) = r(t) - y(t)$ seçilmiştir. $r(t)$ referans değeri ve $y(t)$ ise sistemin çıkış değeridir.

2. GELİŞTİRİLMİŞ İKİNCİ DERECE KKK

KKK yöntemlerinin avantajlarından biri, yaklaşık sistem modelinin kullanılarak belirsizliklere karşı başarımı yüksek kontrol sinyali üretebilmesidir. Bu çalışmada, sistematik çözüm kullanarak eşdeğer kontrol kuralının elde edildiği ikinci derece bir KKK algoritması ele alınmıştır [3]. Anahtarlama kontrol kuralı, ikinci derece KKK yönteminde $\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0$ yapmayı amaçlar. Bu çalışmada, önerilen anahtarlama kontrol kuralı aşağıda verilmiştir:

$$u_{sw}(t) = \lambda_1 \sigma(t) + \lambda_2 \operatorname{sgn}(\sigma(t)) + \lambda_3 \operatorname{sgn}(\dot{\sigma}(t)) \quad (3)$$

Burada $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 > 0$, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in R^+$, R^+ pozitif gerçel sayıları ifade eder.

Anahtarlama kontrol kuralında, amaç $\sigma(t) = \dot{\sigma}(t) = 0$ olduğu için kayma fonksiyonunun yanında, türevindeki değişimin de kontrol sinyaline katkısı sağlanmıştır. Böylece, seçilen kayma fonksiyonunun ikinci türevi şöyle bulunur:

$$\ddot{\sigma}(t) = -k_d C (\lambda_1 \sigma(t) + \lambda_2 \operatorname{sgn}(\sigma(t)) + \lambda_3 \operatorname{sgn}(\dot{\sigma}(t))) - k_d D(t, u(t)) \quad (4)$$

Burada $D(t, u(t))$, sistemdeki belirsizliklerin ve bozucuların toplamıdır ve k_d kayma fonksiyonunda belirtilen pozitif parametrelerden biridir [3].

Elde edilen kontrol sisteminin kararlılığının araştırılması amacıyla, aynı Lyapunov fonksiyonu seçilmiştir [3]:

$$V(t) = \frac{1}{2} \sigma^2(t) + \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2(t) \quad (5)$$

Denklem 5'te verilen Lyapunov fonksiyonunun birinci türevi aşağıda verilmiştir:

$$\dot{V}(t) = \sigma(t)\dot{\sigma}(t) + \dot{\sigma}(t)\ddot{\sigma}(t) \quad (6)$$

Denklem 6'da $\ddot{\sigma}(t)$ yerine Denklem 4 konulduğunda Lyapunov fonksiyonunun birinci türevi:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sigma(t)\dot{\sigma}(t) + \dot{\sigma}(t) \left(-k_d C (\lambda_1 \sigma(t) + \lambda_2 \operatorname{sgn}(\sigma(t)) + \lambda_3 \operatorname{sgn}(\dot{\sigma}(t))) - k_d D(t, u(t)) \right) \\ &= \sigma(t)\dot{\sigma}(t) - \dot{\sigma}(t) k_d C \lambda_1 \sigma(t) - \dot{\sigma}(t) k_d C \lambda_2 \frac{|\sigma(t)|}{\sigma(t)} - \dot{\sigma}(t) k_d C \lambda_3 \frac{|\dot{\sigma}(t)|}{\dot{\sigma}(t)} - \dot{\sigma}(t) k_d D(t, u(t)) \\ &\leq |\dot{\sigma}(t)| \left[\sigma(t) - k_d C \lambda_1 \sigma(t) - k_d C \lambda_2 \frac{|\sigma(t)|}{\sigma(t)} - k_d C \lambda_3 + k_d D_{\max} \right] \quad (7) \\ &\leq |\dot{\sigma}(t)| \left[|\sigma(t)| \left(1 - k_d C \lambda_1 - k_d C \lambda_2 \frac{1}{|\sigma(t)|} \right) - k_d C \lambda_3 + k_d D_{\max} \right] \\ &= -|\dot{\sigma}(t)| \left[|\sigma(t)| \left(k_d C \lambda_1 + k_d C \lambda_2 \frac{1}{|\sigma(t)|} - 1 \right) + k_d C \lambda_3 - k_d D_{\max} \right] < 0 \end{aligned}$$

olarak elde edilir. Burada $D_{\max} = \sup_{\forall \sigma, \dot{\sigma}=0} \{D(t, u(t))\}$ olarak alınmıştır. Denklem 7'deki C doğrusal sistem parametrelerinden biridir ve 3. Bölümde verilmiştir. Aşağıdaki koşullar sağlandığı takdirde, önerilen KKK yönteminin kararlılığı Lyapunov Kararlılık Teoremi'yle sağlanmış olmaktadır:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_3 &> \frac{D_{\max}}{C} \\ k_d C \lambda_1 + k_d C \lambda_2 \frac{1}{|\sigma(t)|} &> 1 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Önerilen anahtarlama kontrol kuralı, sürekli olmayan işaret fonksiyonu ($\operatorname{sgn}(\cdot)$) içermektedir. ($\operatorname{sgn}(\cdot)$) fonksiyonu, gerçek sistemler için tehlikeli olabilecek boyutta kontrol sinyalinde çatırdama etkisi yaratabilir. Bu probleme çözüm olarak, literatürde $\operatorname{sgn}(\cdot)$ yerine tercih edilen fonksiyonlar tanh, aşım ve sigmoid fonksiyonlarıdır [9-11].

Bu çalışmada, önerilen kontrol yöntemdeki $\operatorname{sgn}(\cdot)$ fonksiyonu yerine \tanh fonksiyonu tercih edilmiştir. Böylece, yeni anahtarlama kuralı aşağıdaki gibi elde oluşturulur:

$$u_{sw}(t) = \lambda_1 \sigma(t) + \lambda_2 \tanh\left(\frac{\sigma(t)}{\phi}\right) + \lambda_3 \operatorname{sgn}\left(\frac{\dot{\sigma}(t)}{\Omega}\right) \quad (9)$$

Burada ϕ ve Ω , kayma fonksiyonu çevresinde oluşturulan sınırın kalınlığıdır.

3. DENEYSEL ÇALIŞMA

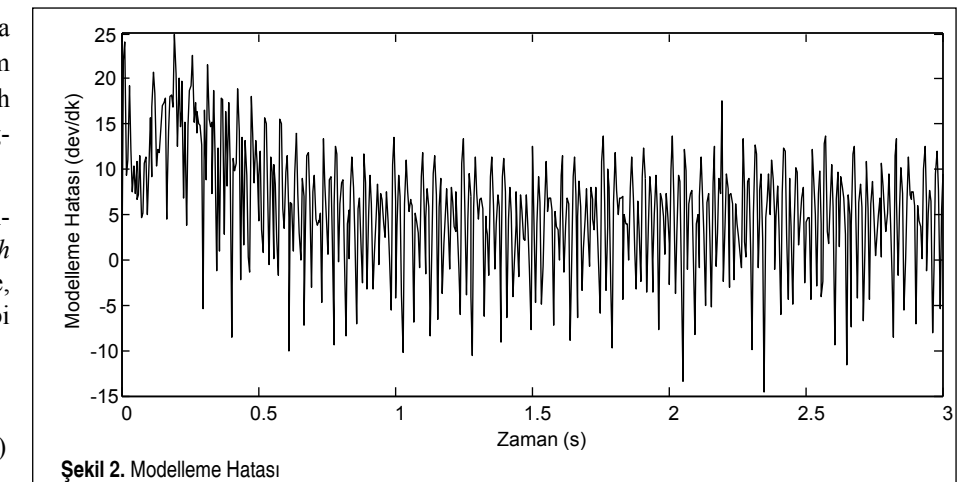
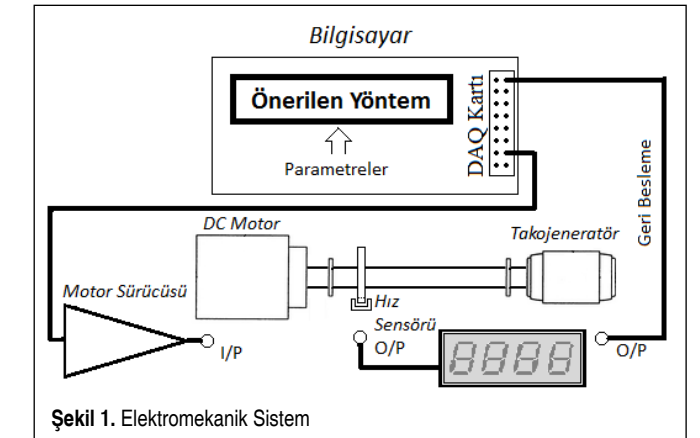
3.1 Elektromekanik Sistemin Modellemesi

Deneysel çalışma için kullanılacak elektromekanik sistem, bir DC motor ve mili üzerinde yük olarak düşünülebilecek çeşitli hız sensörleri ile bir takojeneratörden oluşmaktadır. Şekil 1'de, şematik diyagramı verilen sistemde takojeneratör, milin dönme hızı ile doğru orantılı olarak gerilim üretmektedir. Elde edilen bu gerilim, geri beslemede kullanılacaktır. Sistem, ikinci derece olarak, Denklem 10'da verilen transfer fonksiyonunda olduğu gibi modellenecektir.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(t_d s + 1)(\tau s + 1)} = \frac{C}{s^2 + A s + B} \quad (10)$$

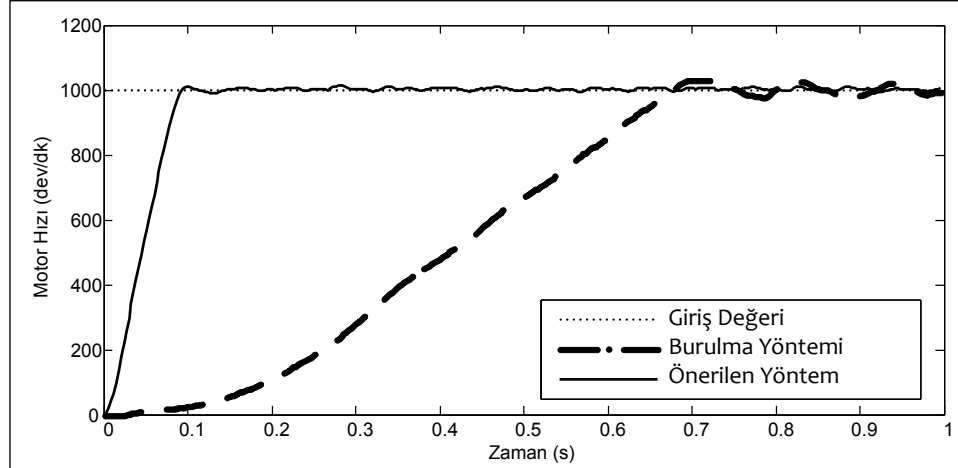
Burada K , kazancı; t_d , gecikme zamanını; τ , sistemin zaman sabitini; A , B ve C , pozitif sistem parametrelerini; $U(s)$, kontrol sinyalini ve $Y(s)$ ise çıkışı temsil etmektedir.

Sistemin yaklaşık modelini elde etmek amacıyla, gecikme



Tablo 1. KKK Parametreleri

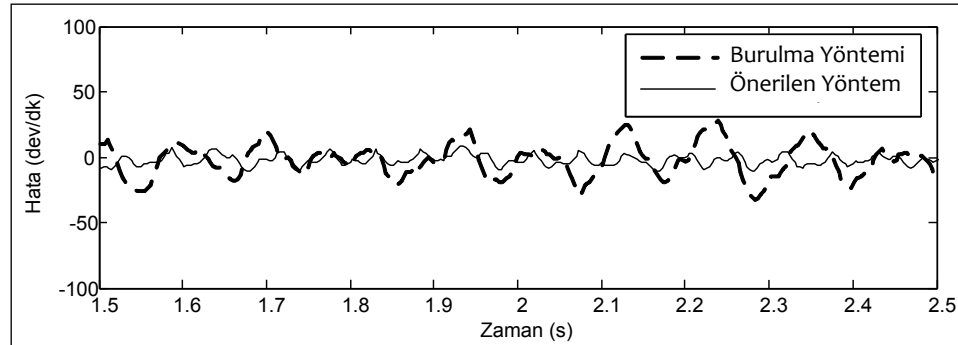
KKK Türü	KKK Parametreleri
Burulma Yöntemi	$\alpha_m = 7, \alpha_M = 50$
Önerilen KKK Yöntemi	$k_p = 44, k_i = 0.75, k_d = 0.75, \lambda_1 = 20,$ $\lambda_2 = 150, \lambda_3 = 2, \varphi = 45, \Omega = 30$



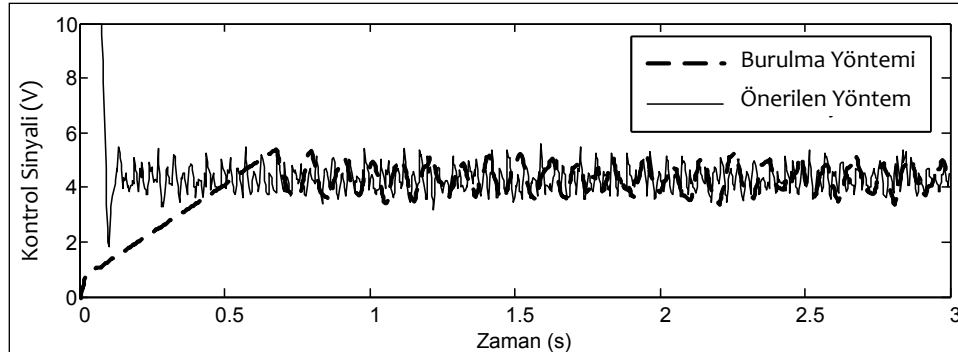
Şekil 3. Önerilen ve Burulma Yöntemleri Geçici Durum Yanıtı

Tablo 2. KKK Yöntemlerinin Geçici Durum Yanıtı Özellikleri

KKK Türü	Yükselme Zamanı (ms)	Yerleşme Zamanı (ms)	Gecikme Zamanı (ms)	Çıkış Hızındaki Salınım (\pm dev/dk)	Aşım (%)
Burulma Yöntemi	430	660	410	25	Yok
Önerilen KKK Yöntemi	64.5	87	45	7	Yok



Şekil 4. Önerilen ve Burulma Yöntemleri Kararlı Durum Yanıtında Hata Değişimi



Şekil 5. Önerilen ve Burulma Yöntemlerinin Ürettiği Kontrol Sinyalleri

zamanlı birinci derece modelleme yöntemi kullanılmıştır [12]. Bu amaçla, motora 4,34V gerilim uygulanmış ve kararlı durum sürecinde takojeneratör çıkışında 3,7V ölçülmüştür. Elde edilen hız 1000dev/dk olarak ölçülmüştür. Sistemin çıkış eğrisi kullanılarak sistemin yaklaşık modelinin transfer fonksiyonu parametreleri $A=118.1663, B=783.5762, C=663.4948$ olarak hesaplanmıştır. Elde edilen transfer fonksiyonu ile gerçek sistemin çıkışı arasındaki modelleme hatası $\pm 4\%$ 'tür ($+25\text{dev/dk}$ ile -15dev/dk arasında). Modelleme hatası Şekil 2'de verilmiştir.

3.2 Deneysel Çalışma

Kapalı çevrim kontrol için sistemin girişine 1000dev/dk için 3,7V uygulanmış, deneyler 3ms örnekleme zamanı ile 3s yapılmıştır. En yüksek kontrol girişi U_{max} ile sınırlandırılmıştır. Deneylerde kullanılan kontrol yöntemlerinin parametreleri Tablo 1'de verilmiştir.

Yapılan deneylerde, Şekil 3'te gösterilen 0 – 1s arasında geçici durum yanıtı özellikleri Tablo 2'de verilmiştir. Buna göre, önerilen yöntemde motorun milinin hızında $\pm 7\text{dev/dk}$ salınım ölçülürken, burulma yöntemi kullanıldığında bu değer, 25dev/dk olarak ölçülmüştür. Yükselme, yerleşme ve gecikme zamanı ölçümleri, önerilen yöntemin başarımının daha yüksek olduğunu göstermektedir. Her iki yöntemde de yerleşme aralığının dışına çıkan genlikte aşım ölçülmemiştir.

Şekil 4'te, kararlı durum yanıtındaki hata değişimi görülmektedir. Burulma yöntemi ile karşılaştırıldığında, önerilen yöntem ile sistemdeki belirsizliklerin yol açtığı hata daha başarılı bir şekilde azaltılmıştır.

Burulma ve önerilen KKK yöntemleri ile üretilen kontrol sinyalleri Şekil 5'te gösterilmiştir. Önerilen yöntemde, elde edilen kontrol sin-

Tablo 3. KKK Yöntemlerinin Farklı Hızlardaki Başarım İndeksleri

KKK Türü	Hız (dev/dk)	ISE	IAE	ITSE
Burulma Yöntemi	1000	4.3055	1.5971	0.8124
	1200	6.2803	1.9816	1.2308
	1500	10.3198	2.7169	2.3024
Önerilen KKK Yöntemi	1000	0.4473	0.2125	0.0110
	1200	0.7791	0.3139	0.0238
	1500	1.4188	0.4980	0.0541

yali en yüksek değerden başladığından, geçici durum sürecinde yükselme zamanı, yerleşme zamanı ve gecikme zamanında önemli derecede azalma gözlenmiş, kalıcı durum değerine ulaşması hızlanmıştır. Kalıcı durumda ise burulma yöntemine göre hatadaki salınım daha az olduğundan, önerilen yöntemle sistemde var olan belirsizliklere karşı daha doğru kontrol sinyali üretilmiştir.

Önerilen yöntemin başarımının değerlendirilmesi amacıyla, literatürde sıklıkla kullanılan hataya bağlı başarım indeksleri ile ölçümler yapılmıştır. Tablo 3'te, 1000, 1200 ve 1500 dev/dk hızlarında elde edilen sonuçlar yer almaktadır. Önerilen yöntemin her üç hızdaki ölçüm sonuçları burulma yöntemine göre daha az çıktığından, hatayı karşılamada önerilen yöntemin daha başarılı olduğu görülmektedir.

Bu çalışmada ele alınan yöntemler ikinci derece olduğundan, Denklem 1'e göre hem kayma fonksiyonu hem de türevi sıfıra doğru yaklaşmalıdır. Üretilen kontrol sinyalleri ile oluşan kayma fonksiyonunun türevine karşı grafiği Şekil 6'da gösterilmiştir. Her iki yöntemde de amaca başarılı bir şekilde ulaşılmıştır.

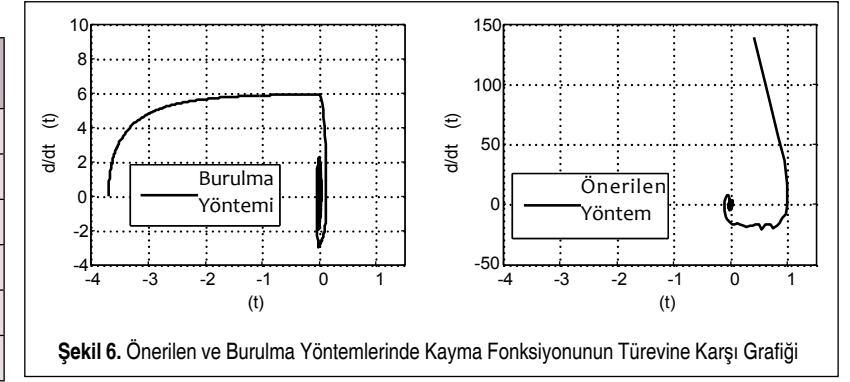
4. SONUÇ

Bu çalışmada, ikinci derece sistematik çözüm yolu kullanılan bir yöntem ele alınmış, anahtarlı kontrol sinyaline yeni bir terim eklenerek önerilen yöntemin başarısı burulma yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Önerilen yöntem ile elde edilen kontrol sinyali, oldukça hızlı ve doğru bir şekilde çıkış grafiği elde edilmesini sağlamıştır. Her ne kadar kontrol sinyali en yüksek değerden başlasa da sistemin çıkışında aşım olmaması, önerilen yöntemin bir başka başarısı olarak sayılabilir.

Bir elektromekanik sistem üzerinde yapılan deneylerden elde edilen bu sonuçlar incelendiğinde, gerek geçici durum özellikleri bakımından, gerekse kararlı durumda gösterdiği başarımla önerilen yöntemin gerçek sistemlerde başarıyla uygulanabileceği görülmüştür.

TEŞEKKÜR

Çukurova Üniversitesi Bilimsel Araştırmalar Projeleri Birimi'ne bu çalışmaya verdiği destekten dolayı teşekkür ederiz.



Şekil 6. Önerilen ve Burulma Yöntemlerinde Kayma Fonksiyonunun Türevine Karşı Grafiği

KAYNAKÇA

1. Furat, M., Eker, İ. 2013. "Birinci ve İkinci Derece Kayan Kipli Kontrol Algoritmalarında Kontrol Sinyalindeki Salınım Analizi," XIII. Otomatik Kontrol Seminer ve Sergisi, 16-17 Mayıs 2013, Elektrik Mühendisleri Odası-Makina Mühendisleri Odası, Adana.
2. Ha, Q. P., Rye, D. C., Durrant-Whyte, H. F. 1999. "Robust Sliding Mode Control with Application," International Journal of Control, vol. 72, no. 12, p. 1087-1096.
3. Eker, İ. 2010. "Second-Order Sliding Mode Control with Experimental Application," ISA Transactions, vol. 49, no. 3, p. 394-405.
4. Mihoub, M., Nouri, A. S., Abdennour, R. B. 2009. "Real-Time Application of Discrete Second Order Sliding Mode Control to a Chemical Reactor," Control Engineering Practice, vol. 17, no. 9, p. 1089-1095.
5. Shtessel, Y. B., Shkolnikov, I. A., Levant, A. 2007. "Smooth Second-Order Sliding Modes: Missile Guidance Application," Automatica, vol. 43, no. 8, p. 1470-1476.
6. Quaiser, S. H., Bhatti, A. I., Iqbal, M., Samar, R., Qadir, J. 2009. "Estimation of Precursor Concentration in a Research Reactor by Using Second-Order Sliding Mode Observer," Nuclear Engineering and Design, vol. 239, no. 10, p. 2134-2140.
7. Nollet, F., Floquet, F., Perruquetti, W. 2008. "Observer-Based Second Order Sliding Mode Control Laws for Stepper Motors," Control Engineering Practice, vol. 16, no. 4, p. 429-443.
8. Levant, A. 2007. "Principles of 2-Sliding Mode Design," Automatica, vol. 43, p. 576-586.
9. Eker, İ. 2006. "Sliding Mode Control with PID Sliding Surface and Experimental Application to an Electromechanical Plant," ISA Transactions, vol. 43, no. 4, p. 109-118.
10. Kaya, İ. 2007. "Sliding Mode Control of Stable Processes," Industrial & Engineering Chemistry Research, vol. 46, no. 2, p. 571-578.
11. Camacho, O., Smith, C. A. 2000. "Sliding Mode Control: An Approach to Regulate Nonlinear Chemical Processes," ISA Transactions, vol. 39, no. 2, p. 205-218.
12. Damiano, A., Gatto, G. L., Marongiu, I. 2004. "Second-Order Sliding-Mode Control of DC Drives," IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol. 51, no. 2, p. 364-373.